В. Журавлев

Сборник задач с решениями

по гидравлике

Часть 1. Гидростатика

Издание второе, дополненное

О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие ко второму изданию

Второе издание сборника содержит решения 184 задач, охватывающих физические свойства жидкости и все разделы гидростатики. 28 новых задач, распределены по разделам 1.1, 1.2, 1.4, 2.1, 2.2, 2.4, 2.6.

При подготовке второго издания сборник заново был тщательно отредактирован, все задачи выверены. Устранены замеченные опечатки и неточности.

Предисловие к первому изданию

В сборнике приведены решения разнообразных по степени сложности задач, собранных из учебной литературы и методических пособий по гидравлике, предлагаемых студентам различных специальностей в качестве контрольных работ.

Назначение сборника – научить применять на практике знания, полученные при изучении общего курса гидравлики в различных учебных заведениях.

Первая часть сборника содержит решения 156 задач, охватывающих физические свойства жидкости и все разделы гидростатики. Для каждой задачи дано подробное решение с необходимыми пояснениями, рассчитанными на учащегося, впервые приступившего к решению подобных задач. Заимствованные из литературы решения некоторых общеизвестных задач, как правило, методически переработаны и дополнены.

С целью сокращения объема в сборнике не приводятся теория и таблицы справочных данных, которые имеются в достаточном количестве в учебниках по гидравлике и справочной литературе. В каждом примере даны значения справочных величин, соответствующие заданным условиям.

Все задачи решены в системе СИ, но в отдельных случаях наряду с системой СИ использованы системы МКГСС и СГС.

Автор приносит благодарность С.В.Горностаеву за помощь при оформлении книги и разработке дизайна.

$$p_0 = p_{атм} - p_{вак} = 10^5 - 29430 = 70570\ Па.$$

Высоту поднятия ртути в трубке можно определить из уравнения равновесия, заменив h на h_1

$$h_1 = \frac{p_{атм} - p_0}{\rho_{рт} \cdot g} = \frac{1 - 70570}{13600 \cdot 9{,}81} = 0{,}221\ м.$$

2.1.6. Определить абсолютное и избыточное давление воды на дно открытого сосуда, если атмосферное давление $p_{атм} = 10^5\ Па$, а глубина воды в сосуде равна $h = 2{,}5\ м$.

Решение

Избыточное давление на дно сосуда

$$p_и = \rho \cdot g \cdot h,$$ где

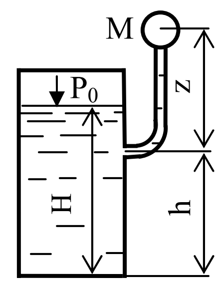
ρ – плотность воды, равная $1000\ \frac{кг}{м^3}$.

$$p_и = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}5 = 24525\ Па = 0{,}245\ бар.$$

Абссолютное давление равно

$$p_{абс} = p_{атм} + p_и = 10^5 + 24525 = 124525\ Па = 1{,}245\ бар.$$

2.1.7. Пружинный манометр подключен к сосуду с водой на высоте $h = 1\ м$ от дна. Центр манометра находится выше точки подключения его к сосуду на $z = 1\ м$. Определить:



а) избыточное давление $p_и$ на дно при показании манометра $p_м = 1{,}5\ бар = 1{,}5 \cdot 10^5\ \frac{Н}{м^2}$;

б) показание манометра при абсолютном давлении на поверхности воды в сосуде $p_0 = 1{,}8 \cdot 10^5\ \frac{Н}{м^2}$, атмосферном давлении $p_{атм} = 1 \cdot 10^5\ \frac{Н}{м^2}$ и $H = 1{,}5\ м$.

Решение

а) избыточное давление на дно сосуда равно сумме манометрического давления в точке присоединения манометра и давления, создаваемого водой высотой h

$$p_и = p_1 + p_2.$$

Давление в точке присоединения манометра равно

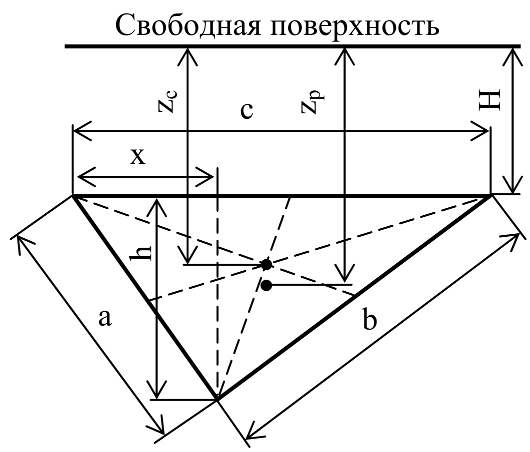
$$z_p = z_c + \frac{I_0}{z_c \cdot \omega}, \text{ где}$$

I_0 – момент инерции площади смоченной поверхности стенки относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести этой площади.
Для квадрата

$$I_0 = \frac{a^4}{12}.$$

$$z_p = a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{a^4 \cdot 2}{12 \cdot a \cdot \sqrt{2} \cdot a^2} = a \cdot \frac{7}{6 \cdot \sqrt{2}} = 8 \cdot \frac{7}{6 \cdot \sqrt{2}} = 6{,}6 \text{ } м.$$

2.2.6. Определить силу P полного давления воды на плоскую вертикальную треугольную стенку, размеры которой: $a = 3$ *м*, $b = 4$ *м*, $c = 5$ *м*, $H = 2$ *м*.



Решение

Сила давления на плоскую стенку определяется по формуле

$$P = \rho \cdot g \cdot z_c \cdot \omega, \text{ где}$$

ρ – плотность воды, равная $1000 \frac{кг}{м^3}$;

z_c – глубина погружения центра тяжести стенки;

ω – площадь стенки.

Центр тяжести треугольника расположен на расстоянии $\frac{h}{3}$ от его основания. В нашем случае основанием треугольной стенки является сторона c.
Из рисунка следует

$$h^2 = a^2 - x^2$$

или

$$h^2 = b^2 - (c - x)^2.$$

Решая эти два уравнения, находим x

$$x = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2c} = \frac{3^2 - 4^2 + 5^2}{2 \cdot 5} = 1{,}8 \text{ } м.$$

Высота треугольника

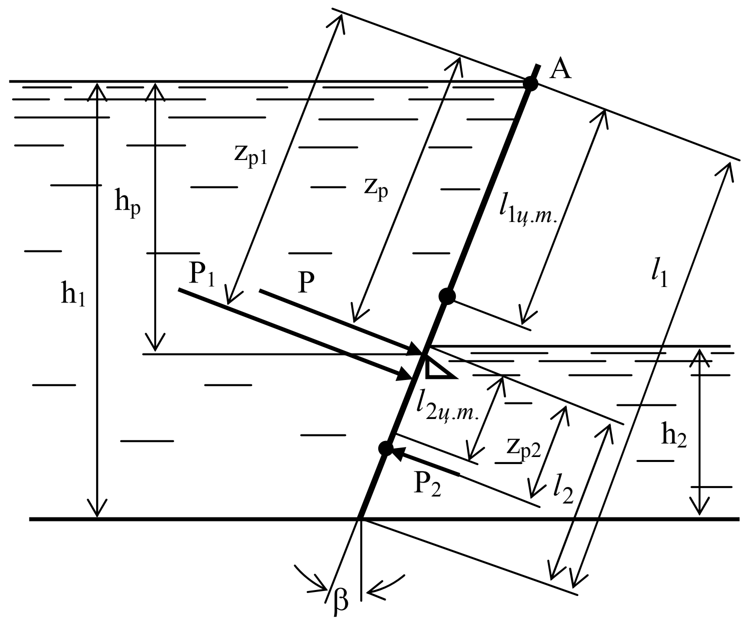
$$h = \sqrt{a^2 - x^2} = \sqrt{3^2 - 1{,}8^2} = 2{,}4 \text{ } м.$$

Глубина погружения центра тяжести

$$z_c = H + \frac{h}{3} = 2 + \frac{2{,}4}{3} = 2{,}8 \text{ } м.$$

Площадь треугольной стенки

2.2.20. На какой глубине h_p должна находиться опора щита, чтобы при $h_1 = 4{,}2\ м$, $h_2 = 1{,}8\ м$ и $\beta = 30^0$ он открывался автоматически. Весом щита пренебречь. Расчет выполнить для ширины щита $b = 1\ м$.



Решение

Очевидно, что опора щита должна находиться в точке приложения равнодействующей сил давления воды на щит.

Определим силу давления воды на щит со стороны уровня h_1

$$P_1 = \rho \cdot g \cdot z_{c1} \cdot \omega_1 \text{, где}$$

$\rho -$ плотность воды, равная $1000\ \frac{кг}{м^3}$;

$z_{c1} -$ глубина погружения центра тяжести щита,

$$z_{c1} = \frac{h_1}{2} = \frac{4{,}2}{2} = 2{,}1\ м;$$

$\omega_1 -$ площадь смоченной поверхности щита,

$$\omega_1 = \frac{h_1}{\cos\beta} \cdot b = \frac{4{,}2}{\cos 30^0} \cdot 1 = 4{,}85\ м^2.$$

$$P_1 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}1 \cdot 4{,}85 = 100\ кН.$$

Координату точки приложения силы P_1 определяем по формуле

$$z_{p1} = l_{1ц.т.} + \frac{I_{01}}{l_{1ц.т.} \cdot \omega_1} \text{, где}$$

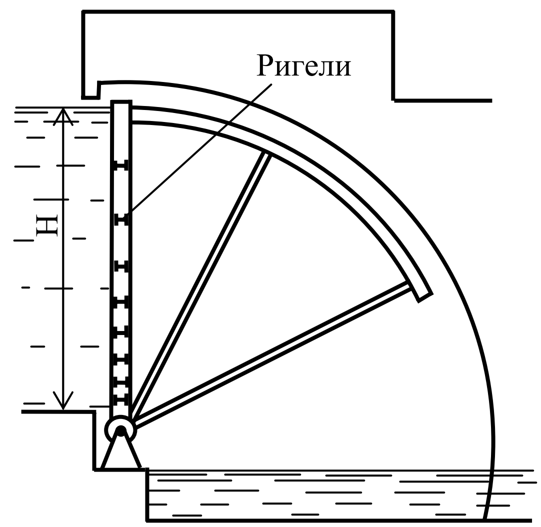
$l_{1ц.т.} -$ расстояние от центра тяжести щита до линии пересечения плоскости щита со свободной поверхностью воды,

$$l_{1ц.т.} = \frac{h_1}{2 \cdot \cos\beta} = \frac{4{,}2}{2 \cdot \cos 30^0} = 2{,}425\ м;$$

$$x = H - z_p = 3 - 2{,}533 = 0{,}467\ м.$$

2.2.22. Шлюзовые ворота высотой $H = 10\ м$ и шириной $L = 20\ м$ испытывают давление со стороны воды, находящейся в верхнем бьефе. Между двумя плоскими стенами расположены восемь двутавровых ригелей одинакового сечения.

Определить рациональное размещение ригелей по высоте, исходя из условия их одинаковой нагрузки, а также найти силу давления на каждую балку.



Решение

Гидростатическое давление у дна верхнего бьефа

$$p = \rho \cdot g \cdot H = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 10 = 98{,}1\ кПа,$$ где

ρ – плотность воды, равная 1000 $\dfrac{кг}{м^3}$.

Эпюра гидростатического давления имеет форму прямоугольного треугольника с основанием АС, равным $p = 98{,}1\ кПа$ (рис.1).

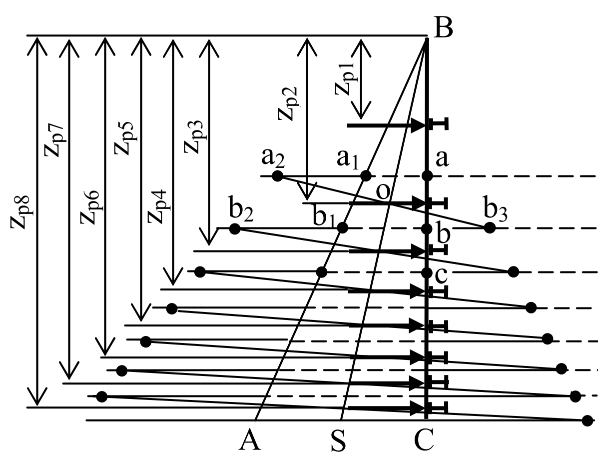


Рис.1. Распределение гидростатического давления и расположение ригелей по высоте шлюзовых ворот

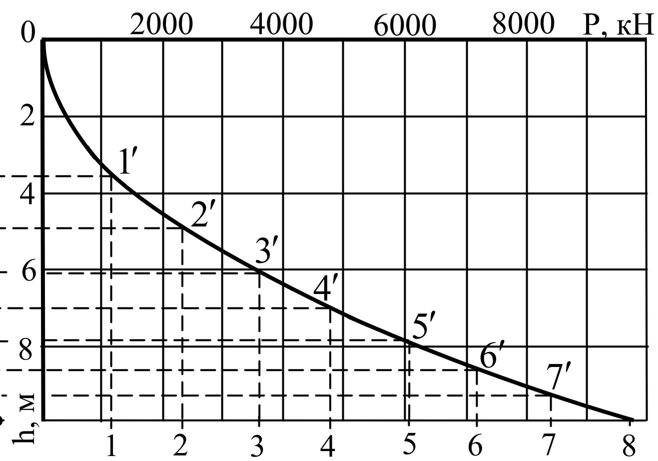


Рис.2. Интегральная кривая силы давления $P = f(h)$

$$h_{вак} = \frac{p_{атм} - p_0}{\rho \cdot g} = \frac{(1-0{,}8)\cdot 10^5}{1000 \cdot 9{,}81} = 2{,}04 \ м .$$

Запишем выражение для вертикальной составляющей силы полного давления с учетом вакуума в резервуаре

$$P_в = \rho \cdot g \cdot b\left[a \cdot (H - h_{вак} - AD) - (\omega_1 + 2\omega_2)\right] =$$
$$= 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1 \cdot \left[0{,}3 \cdot (H - 2{,}04 - 0{,}4) - (0{,}0102 + 2 \cdot 0{,}0279)\right] =$$
$$= 2943 \cdot H - 7828 .$$

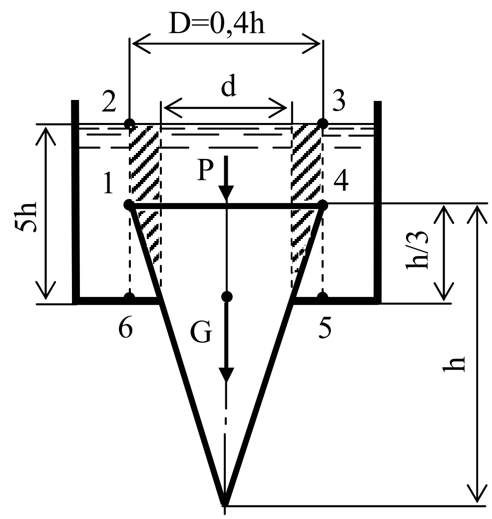
Теперь условие всплывания цилиндра можно представить в виде

$$2943 \cdot H - 7828 + 600 = 0 .$$

Цилиндр всплывет при

$$H = \frac{7828 - 600}{2943} = 2{,}46 \ м .$$

2.3.15. Конический клапан высотой h, изготовленный из стали удельного веса $\gamma_{ст.} = 76500 \dfrac{H}{м^3}$, закрывает отверстие в дне бака с водой. Определить силу R, необходимую для подъема клапана.



Решение

Клапан прижимается к отверстию силой тяжести G и силой давления воды P.

$$G = W_к \cdot \gamma_{ст.} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot h \cdot \gamma_{ст.}, \text{где}$$

$W_к$ – объем клапана конической формы.

$$G = \frac{1}{3} \cdot \frac{3{,}14 \cdot (0{,}4 \cdot h)^2}{4} \cdot h \cdot 76500 = 3210 \cdot h^3 .$$

$$P = \gamma_в \cdot z_c \cdot \omega = \gamma_в \cdot \left(5 \cdot h - \frac{h}{3}\right) \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}, \text{ где}$$

$\gamma_в$ – удельный вес воды, равный $9810 \dfrac{H}{м^3}$;

z_c – расстояние от свободной поверхности воды до основания конуса;

ω – площадь основания конуса.

$$P = 9810 \cdot \left(5 \cdot h - \frac{1}{3} \cdot h\right) \cdot \frac{3{,}14 \cdot (0{,}4 \cdot h)^2}{4} = 5750 \cdot h^3 .$$

В сторону, противоположную направлению G и P, действует сила давления воды P_1 на криволинейную поверхность конуса, находящуюся в воде. Эта сила равна весу воды в объеме тела давления W (на рисунке заштриховано).

если удельный вес его материала $\gamma_n = 7850\,\dfrac{H}{м^3}$.

Решение

Объем поплавка W можно представить в виде

$$W = W_1 + W_2 \text{, где}$$

W_1 – объем части поплавка, находящейся в бензине;

W_2 – объем части поплавка, находящейся в воде.

Вес поплавка

$$G = W \cdot \gamma_n .$$

Так как поплавок плавает, то его вес равен сумме выталкивающих сил бензина и воды

$$W \cdot \gamma_n = W_1 \cdot \gamma_б + W_2 \cdot \gamma_в \text{, где}$$

$W_1 \cdot \gamma_б$ – выталкивающая сила бензина;

$W_2 \cdot \gamma_в$ – выталкивающая сила воды.

Так как

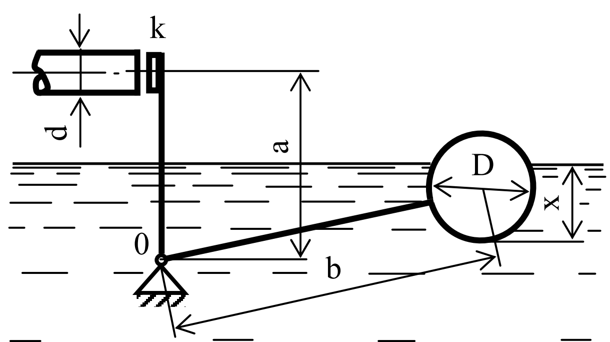
$$W_1 = W - W_2 ,$$

$$W \cdot \gamma_n = W \cdot \gamma_б - W_2 \cdot \gamma_б + W_2 \cdot \gamma_в$$

$$\frac{W_2}{W} = \frac{\gamma_n - \gamma_б}{\gamma_в - \gamma_б} = \frac{7850 - 6870}{9810 - 6870} = \frac{1}{3} .$$

Таким образом, в воде будет находиться $\dfrac{1}{3}$ объема поплавка, а в бензине $\dfrac{2}{3}$.

2.4.17. Труба диаметром $d = 15\,мм$ служит для заполнения водой резервуара. Давление воды в трубе $p = 3$ бар. Конец трубы закрывается клапаном k, прикрепленным к неравноплечному рычагу с $a = 19\,мм$ и $b = 400\,мм$. На другом конце рычага прикреплен полый шар диаметром $D = 80\,мм$. Определить максимальную глубину x погружения шара в воду, пренебрегая весом шара, рачагов и клапана.



Решение

Сила давления воды на клапан

$$P = p \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 3 \cdot 10^5 \cdot \frac{3{,}14 \cdot (15 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 53\,H .$$

$$h = \frac{W}{b \cdot l} = \frac{17{,}08}{5 \cdot 9} = 0{,}38\ м.$$

Расстояние от центра водоизмещения до нижней плоскости плота

$$h_{ц.в.} = \frac{h}{2} = \frac{0{,}38}{2} = 0{,}19\ м.$$

Расстояние между центром тяжести и центром водоизмещения

$$e = h_{ц.т.} - h_{ц.в.} = 0{,}47 - 0{,}19 = 0{,}28\ м.$$

Момент инерции площади плоскости плавания, имеющей форму прямоугольника

$$I_0 = \frac{l \cdot b^3}{12} = \frac{9 \cdot 5^3}{12} = 93{,}75\ м^4.$$

Метацентрическая высота

$$h_м = \frac{I_0}{W} - e = \frac{93{,}75}{17{,}08} - 0{,}28 = 5{,}21\ м.$$

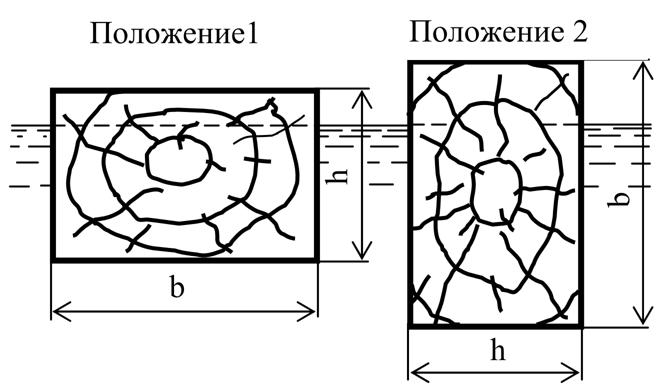
Так как $h_м > 0$, плот будет остойчив.

2.5.5. Прямоугольный деревянный брус длиной $l = 5\ м$, шириной $b = 0{,}35\ м$ и высотой $h = 0{,}25\ м$ с удельным весом $\gamma_д = 7350\ \frac{Н}{м^3}$ плавает в воде.

Определить:

а) остойчивость бруса в двух положениях, показанных на рисунке;

б) при каком отношении $\frac{b}{h}$ брус еще будет остойчивым.



Решение

Объем бруса

$$W = b \cdot h \cdot l = 0{,}35 \cdot 0{,}25 \cdot 5 = 0{,}4375\ м^3.$$

Вес бруса

$$G = W \cdot \gamma_д = 0{,}4375 \cdot 7350 = 3234\ Н.$$

Водоизмещение бруса

$$P_u = \frac{m \cdot U^2}{r}$$, где

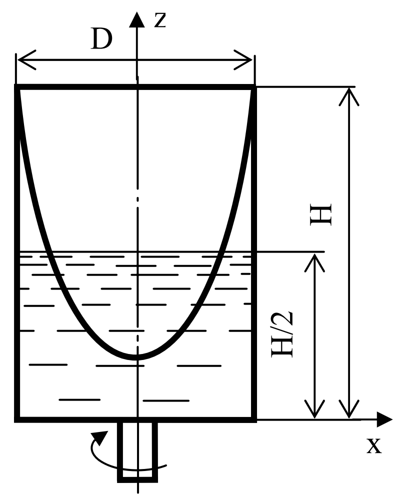
m – масса частицы.

В каждой точке поверхность жидкости нормальна к равнодействующей R этих сил

$$tg\alpha = \frac{P_u}{G} = \frac{m \cdot U^2}{r \cdot m \cdot g} = \frac{U^2}{r \cdot g} = \left(\frac{36 \cdot 10^3}{3600}\right)^2 \cdot \frac{1}{300 \cdot 9{,}81} = 0{,}034.$$

$$\alpha = 1^0 57'.$$

2.6.3. Цилиндрический сосуд диаметром $D = 0{,}04\ м$ и высотой $H = 0{,}1\ м$ наполнен до половины водой. С каким предельным числом оборотов n можно вращать этот сосуд относительно его геометрической вертикальной оси, чтобы из него не выливалась вода?



Решение

Свободная поверхность жидкости, вращающейся с угловой скоростью ω, имеет форму параболоида вращения и описывается уравнением

$$\frac{2 \cdot g \cdot z}{\omega^2} = x^2$$, где

x – расстояние от точки на свободной поверхности до оси вращения;

z – высота параболоида вращения.

Чтобы вода не выливалась из сосуда при вращении с числом оборотов n, величина x должна быть не более $\frac{D}{2}$.

Объем части параболоида вращения W, отсекаемой плоскостью, перпендикулярной его оси, на высоте z равен

$$W = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot z,$$

т.е. половине объема цилиндра с таким же основанием и высотой.

Если сосуд заполнен до половины, то при $x = \frac{D}{2}$ высоту параболоида можно определить из условия

$$W_1 = W_2 - W$$, где

W_1 – объем воды в сосуде

$$W_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H;$$

Использованная литература

1. Штеренлихт Д.В. Гидравлика: Учебник для вузов.- 3-е изд., перераб. и доп.(Серия “Учебники и учебные пособия для студентов высших учебных заведений”).- М, КолосС, 2006.- 656 с.

2. Константинов Ю.М. Гидравлика: Учебник.- 2-е изд., перераб. и доп.- Киев, “Вища школа”, 1988.-398 с.:илл.

3. Большаков В.А. и др. Сборник задач по гидравлике.- Киев, “Вища школа”, 1972.- 300 с.:илл.

4. Примеры расчетов по гидравлике. Учеб. пособие для вузов. Под ред. А.Д. Альтшуля.- М., Стройиздат, 1977.- 255 с.

5. Яблонский В.С., Исаев И.А. Сборник задач и упражнений по технической гидромеханике.- М., Физматгиз, 1963.- 200 с.:илл.

6. Вильнер Я.М., Ковалев Я.Т., Некрасов Б.Б. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам. Под ред. Б.Б. Некрасова.- Минск, “Вышейш. школа”, 1976.- 416 с.:илл.

7. Справочник по гидравлике. Под ред. Большакова В.А.- Киев, “Вища школа”, 1977.- 280 с.:илл.

8. Угинчус А. А., Чугаева Е. А. Гидравлика – Л.: Стройиздат, 1971. – 350 с.

9. Башта Т.М., Руднев С.С., Некрасов Б.Б. и др. Учебник. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы. -М.: Машиностроение, 1982. - 423 с.

10. Чугаев Р.Р. Гидравлика . Учебник. - Л.: Энергоатомиздат, 1982. - 672 с.

11. Бутаев Д.А. и др. Сборник задач по машиностроительной гидравлике/Под ред. И.И. Куколевского и Л.Г. Подвидза. Учебное пособие. – М.: Машиностроение, 1981. – 484 с.

12. Маховиков Б.С. Сборник задач по гидравлике и гидроприводу: Учеб. Пособие / Б.С.Маховиков, В.И.Медведков, В.В.Шорников. Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет). СПб, 2004.153с.